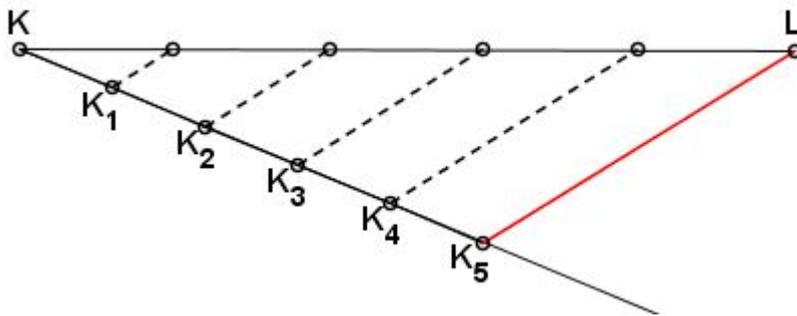


**Sličnost trokuta, Talesov poučak o proporcionalnim dužinama, dijeljenje dužine na jednake dijelove i u zadanom omjeru**

**RJEŠENJA**

1) Dužinu  $\overline{KL}$  bez mjerenja podijeli na pet jednakih dijela.



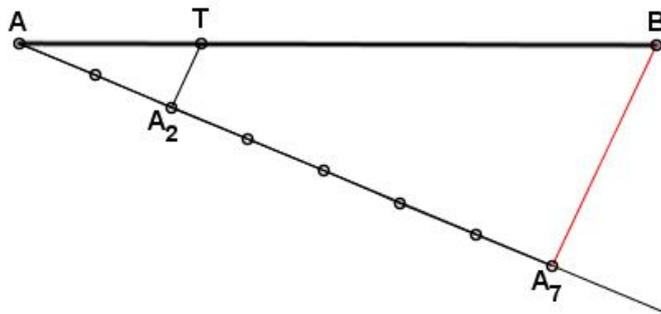
1° Polupravac iz točke  $K$

2° Sa šestarom nanese 5 jednakih lukova na polupravcu  $\rightarrow K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$

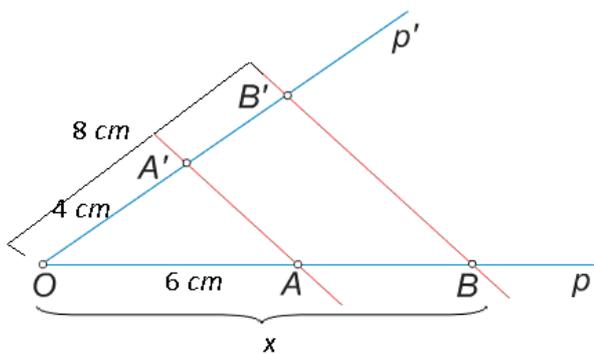
3° Spojimo zadnju djelišnu točku  $K_5$  s krajem dužine, tj. s točkom  $L$  (nacrtao dužinu  $\overline{K_5L}$ )

4° Povlačimo paralele sa  $\overline{K_5L}$  kroz točke  $K_1, K_2, K_3$  i  $K_4$

2) Nacrtaj  $\overline{AB}$  duljine 8 cm i točkom  $T$  podijeli ju u omjeru 2 : 5.



3) Izračunaj duljinu dužine  $\overline{OB}$  ako je  $|OA| = 6 \text{ cm}$ ,  $|OA'| = 4 \text{ cm}$  i  $|OB'| = 8 \text{ cm}$ .



„prva : cijela = prva : cijela“

$$6 : x = 4 : 8 \quad \dots \text{kratimo omjer s desne strane sa 4}$$

$$6 : x = 1 : 2$$

$$x = 12$$

$$|OB| = 12 \text{ cm}$$

4) Jesu li trokuti čije su stranice duljina 2 cm, 3 cm, 4 cm i 7 cm, 14 cm, 10.5 cm slični?

Ako jesu odredi koeficijent sličnosti.

**Pazi!!! U omjer stavi najkraću stranicu sa najkraćom, srednju sa srednjom i najdulju s najduljom!**

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$a' = 7 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$b' = 10.5 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$c' = 14 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{b}{b'} = \frac{3}{10.5} = \frac{1}{3.5} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \rightarrow$$

$$k = \frac{2}{7}$$

Trokuti su slični jer su odgovarajuće stranice proporcionalne (omjer im je isti). Koeficijent sličnosti je  $k = \frac{2}{7}$ .

5) Trokuti  $\Delta ABC$  i  $\Delta A'B'C'$  su slični. Duljine stranica prvog trokuta su  $a = 72 \text{ mm}$ ,  $b = 36 \text{ cm}$  i  $c = 0.48 \text{ dm}$ .  
Najkraća stranica sličnog trokuta ima duljinu  $54 \text{ mm}$ . Izračunaj opseg  $\Delta A'B'C'$ .

$$\begin{array}{ll} a = 72 \text{ mm} & a' = ? \\ b = 36 \text{ mm} & b' = 54 \text{ mm} \\ c = 48 \text{ mm} & c' = ? \end{array}$$

Najprije izračunamo koeficijent sličnosti  $k$  pomoću najkraćih duljina stranica:

$$k = \frac{b}{b'} = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

Kada znamo da je  $k = \frac{2}{3}$ , računamo duljine nepoznatih stranica:

$$\begin{array}{ll} \frac{a}{a'} = k & \frac{c}{c'} = k \\ \frac{72}{a'} = \frac{2}{3} & \frac{48}{c'} = \frac{2}{3} \\ 2a' = 216 / :2 & 2c' = 144 / :2 \\ \mathbf{a' = 108 \text{ mm}} & \mathbf{c' = 72 \text{ mm}} \end{array}$$

Opseg  $\Delta A'B'C'$  možemo izračunati na dva načina:

1° Opseg je zbroj duljina svih stranica trokuta:

$$\begin{array}{l} o' = 108 + 54 + 72 \\ \mathbf{o' = 234 \text{ mm}} \end{array}$$

2° Opsezi sličnih trokuta su proporcionalni s koeficijentom sličnosti  $k$ :

$$\begin{array}{ll} \frac{o}{o'} = k & o = a + b + c \\ \frac{156}{o'} = \frac{2}{3} & o = 72 + 36 + 48 \\ 2o' = 468 / :2 & \mathbf{o = 156 \text{ mm}} \\ \mathbf{o' = 234 \text{ mm}} & \end{array}$$

6) Neka su  $a = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  i  $c = 15 \text{ cm}$  duljine stranica  $\Delta ABC$ .

Izračunaj duljine stranica njemu sličnog trokuta  $\Delta A'B'C'$  ako je njegov opseg  $o' = 54 \text{ cm}$ .

$$\begin{array}{ll} a = 9 \text{ cm} & a' = ? \\ b = 12 \text{ cm} & b' = ? \\ c = 15 \text{ cm} & c' = ? \end{array}$$

**Najprije odredimo  $k$  pomoću opsega:**

$$\begin{array}{l} k = \frac{o}{o'} \\ k = \frac{36}{54} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} o = 9 + 12 + 15 & \mathbf{o' = 54 \text{ cm}} \\ \mathbf{o = 36 \text{ cm}} & \end{array}$$

$$k = \frac{2}{3}$$

Kada znamo  $k$ , možemo odrediti duljine nepoznatih stranica  $\Delta A'B'C'$  :

$$\frac{a}{a'} = k$$

$$\frac{9}{a'} = \frac{2}{3}$$

$$2a' = 27 / :2$$

$$a' = 13.5 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b'} = k$$

$$\frac{12}{b'} = \frac{2}{3}$$

$$2b' = 36 / :2$$

$$b' = 18 \text{ cm}$$

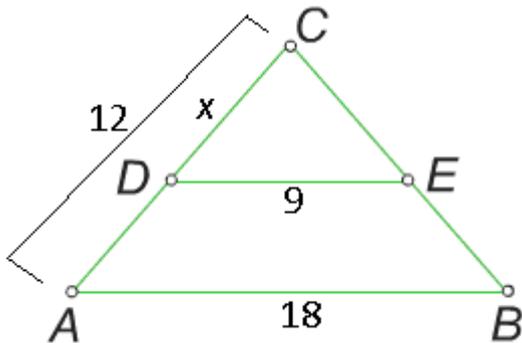
$$\frac{c}{c'} = k$$

$$\frac{15}{c'} = \frac{2}{3}$$

$$2c' = 45 / :2$$

$$c' = 22.5 \text{ cm}$$

7) Izračunaj  $|CD|$  ako je  $|AB| = 18 \text{ cm}$ ,  $|DE| = 9 \text{ dm}$  i  $|AC| = 12 \text{ cm}$ .



mali  $\Delta$  : veliki  $\Delta$

$$x : 9 = 12 : 18 \quad (\text{kratim desni omjer sa 6})$$

$$x : 9 = 2 : 3 \quad (\text{kratim 9 i 3 sa 3})$$

$$x : 3 = 2 : 1 \quad (\text{vanjski} \cdot \text{vanjski} = \text{unutarnji} \cdot \text{unutarnji})$$

$$x = 6$$

$$|CD| = 6 \text{ cm}$$

8) Koeficijent sličnosti dvaju trokuta iznosi 2.5.

Ako je površina većeg trokuta  $75 \text{ cm}^2$ , kolika je površina manjeg trokuta?

$$k = 2.5$$

$$P : P' = k^2$$

$$k = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$P : P' = 25 : 4$$

→  $\Delta ABC$  je veći, a  $\Delta A'B'C'$  je manji

$$k = 5 : 2$$

$$75 : P' = 25 : 4$$

→ kratim 75 i 25 sa 25

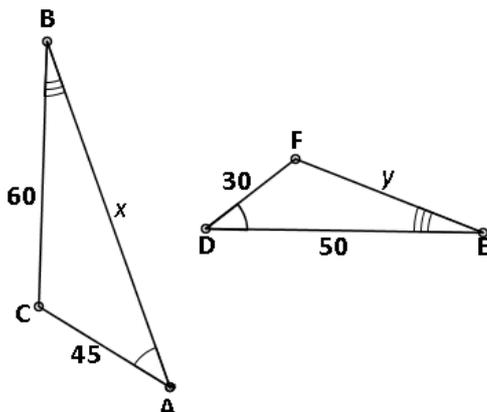
$$3 : P' = 1 : 4$$

→ vanjski  $\cdot$  vanjski = unutarnji  $\cdot$  unutarnji

$$P' = 12 \text{ cm}^2$$

9) Jesu li trokuti slični? Zašto? Odredi nepoznate veličine  $x$  i  $y$ .

a)



$$\left. \begin{array}{l} |\angle BAC| = |\angle EDF| \\ |\angle ABC| = |\angle DEF| \end{array} \right\} \overset{KK}{\Rightarrow} \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Iz sličnosti trokuta izračunamo  $k$  ( $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ):

$$k = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$$

Računamo  $x$  ( $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ):

$$\frac{|AB|}{|DE|} = k$$

$$\frac{x}{50} = \frac{3}{2}$$

$$2x = 150 / :2$$

$$x = 75$$

Računamo  $y$  ( $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ):

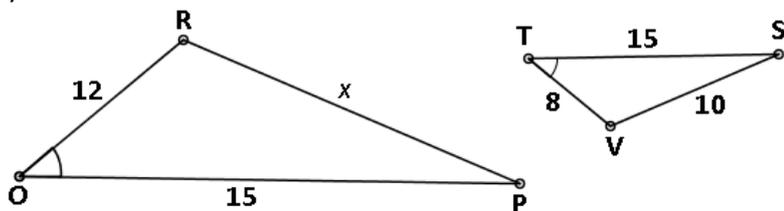
$$\frac{|BC|}{|EF|} = k$$

$$\frac{60}{y} = \frac{3}{2}$$

$$3y = 120 / :3$$

$$y = 40$$

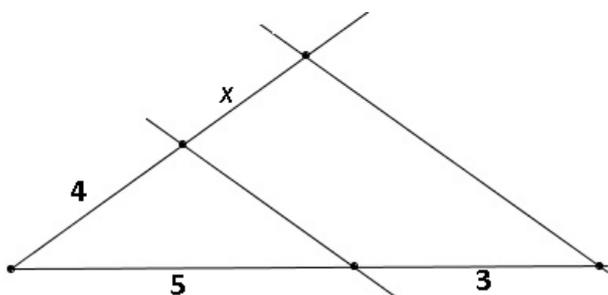
b)



$$\left. \begin{array}{l} \frac{|RO|}{|VT|} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{|OP|}{|TS|} = \frac{15}{15} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Trokuti } \mathbf{nisu} \text{ slični jer odgovarajuće stranice (uz kut jednake veličine) nisu proporcionalne}$$

10) Odredi nepoznate duljine stranica:

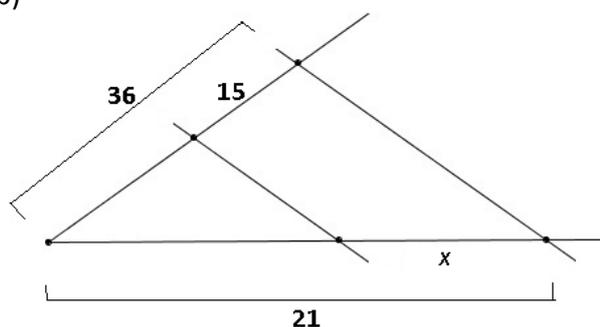
a)



„prvi : drugi = prvi : drugi“

$$\begin{aligned} 5 : 3 &= 4 : x \\ 5x &= 12 \quad / :5 \\ x &= 2.4 \end{aligned}$$

b)

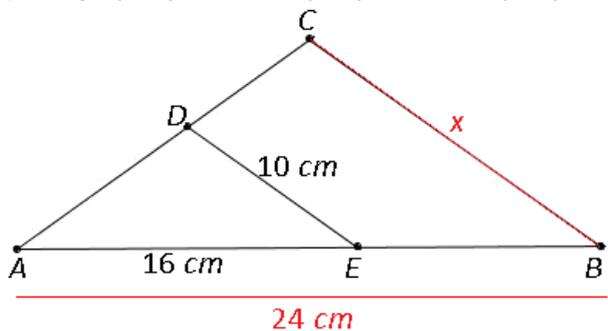


„drugi : cijela = drugi : cijela“

$$\begin{aligned} x : 21 &= 15 : 36 \\ x : 21 &= 5 : 12 \\ x : 7 &= 5 : 4 \\ 4x &= 35 \quad / :4 \\ x &= 8.75 \end{aligned}$$

11) Neka je  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ .

a) Ako je  $|AB| = 24 \text{ cm}$ ,  $|AE| = 16 \text{ cm}$  i  $|ED| = 10 \text{ cm}$ , kolika je  $|BC|$ ?

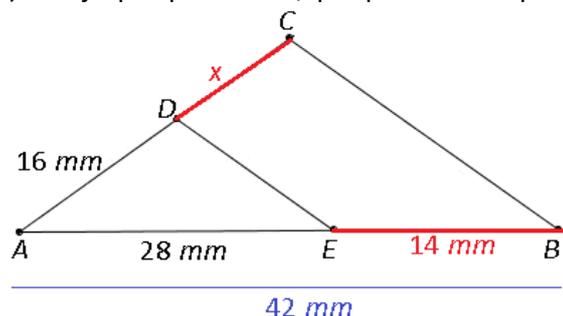


„mali  $\Delta$  : veliki  $\Delta$ “

$$\begin{aligned} 16 : 10 &= 24 : x && (\text{kratim } 16 \text{ i } 10) \\ 8 : 5 &= 24 : x && (\text{kratim } 8 \text{ i } 24) \\ 1 : 5 &= 3 : x && (\text{vanjski} \cdot \text{vanjski} = \text{unutarnji} \cdot \text{unutarnji}) \\ x &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

b) Ako je  $|AB| = 4.2 \text{ cm}$ ,  $|AE| = 2.8 \text{ cm}$  i  $|AD| = 1.6 \text{ cm}$ , kolika je  $|DC|$ ?

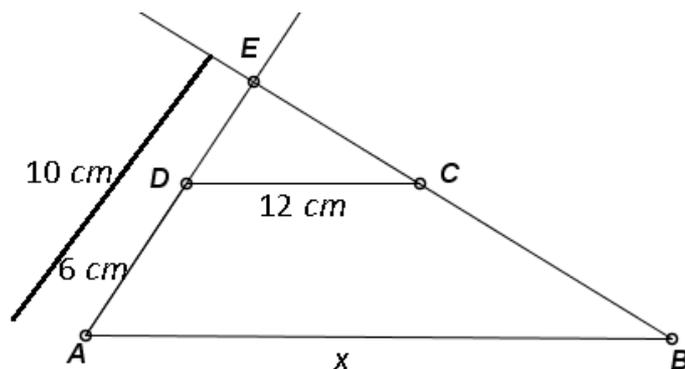
$$|EB| = 4.2 - 2.8 = 1.4 \text{ cm}$$



„prva : druga = prva : druga“

$$\begin{aligned} 2.8 : 1.4 &= 1.6 : x && (\text{kratim } 2.8 \text{ i } 1.4) \\ 2 : 1 &= 1.6 : x && (\text{kratim } 2 \text{ i } 1.6) \\ 1 : 1 &= 0.8 : x \\ x &= 0.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

- 12) Produžeci krakova trapeza  $ABCD$  sijeku se u točki  $E$ . Izračunaj duljinu veće osnovice trapeza ako je:  $|CD| = 12\text{ cm}$ ,  $|AE| = 10\text{ cm}$  i  $|AD| = 6\text{ cm}$ .



Uzet ćemo u razmjer mali trokut : veliki trokut. Zato moramo izračunati duljinu dužine  $|ED|$ .

$$|ED| = 10 - 6 = 4\text{ cm}$$

$$|ED| : |DC| = |EA| : |AB|$$

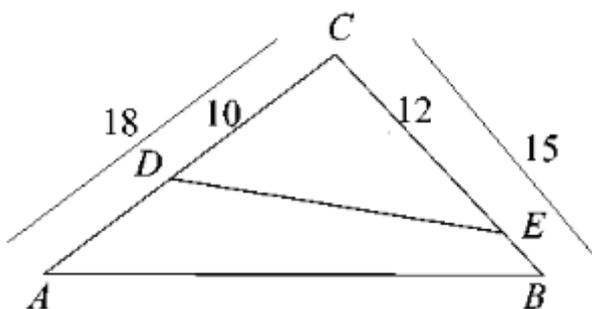
$$4 : 12 = 10 : x$$

$$1 : 3 = 10 : x$$

$$x = 30\text{ cm}$$

**Duljina veće osnovice trapeza je 30 cm.**

- 13) Ima li na slici sličnih trokuta i ako ima, zašto su slični?



$$\left. \begin{array}{l} \frac{|CD|}{|CB|} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \\ \frac{|CE|}{|AC|} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \\ |\angle DCE| = |\angle ACB| \text{ (zajednicki } \angle) \end{array} \right\} \stackrel{SKS}{\Rightarrow} \Delta DCE \sim \Delta BCA$$

**Napomena:**

Kada zapisujemo koji su trokuti slični moramo paziti na redoslijed vrhova.

Ja sam pratila kraću stranicu do zajedničkog kuta preko dulje stranice trokuta.